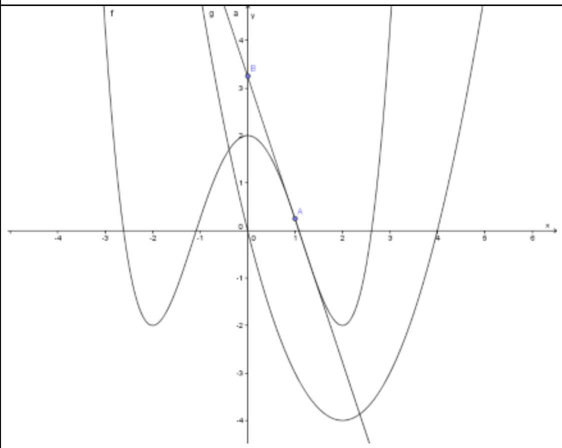
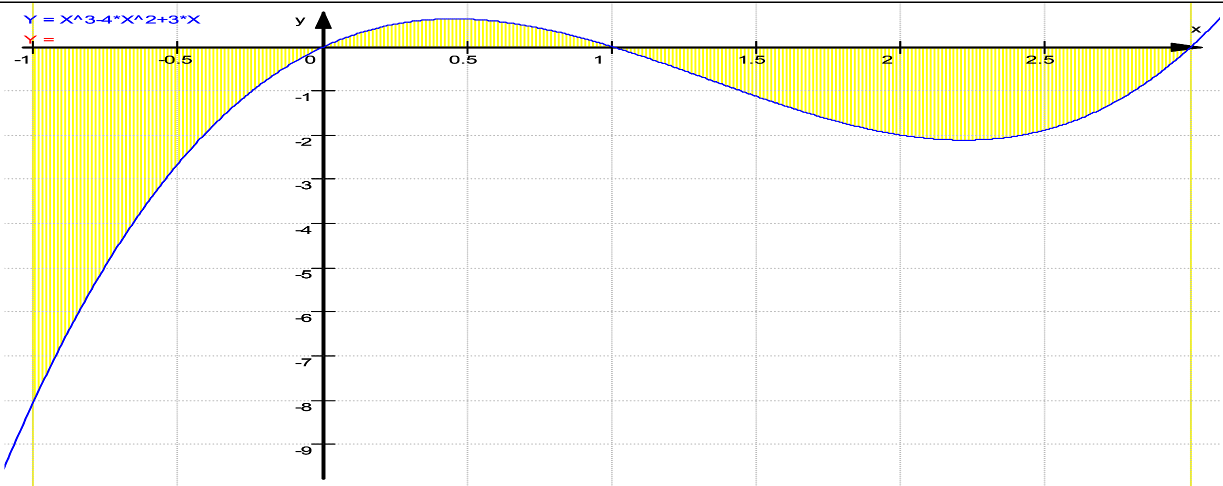
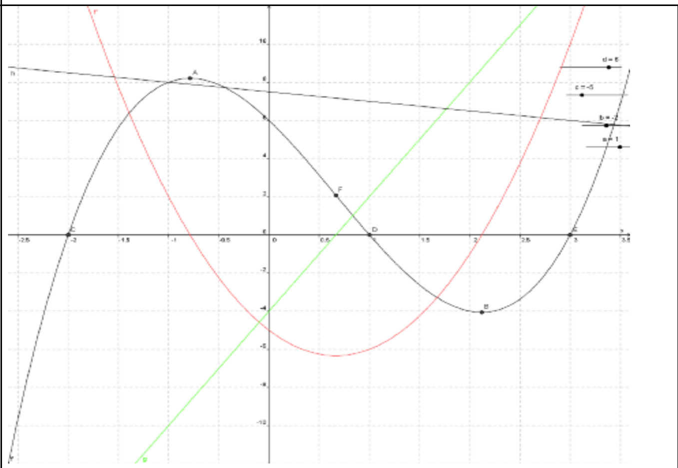
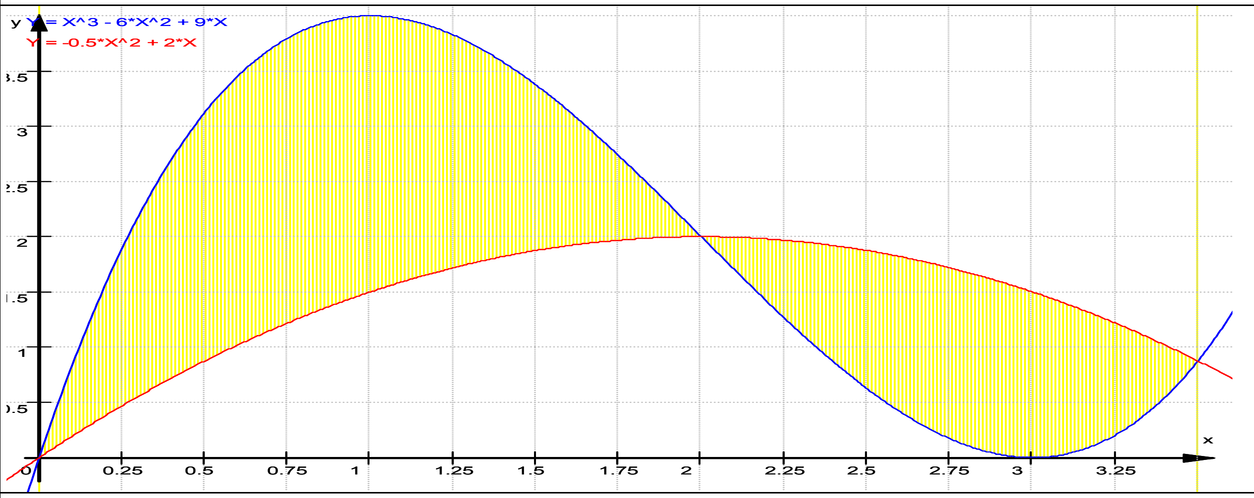
	Name:		
1.	Sei $f(x)=\frac{1}{4}x^4-2x^2+2$.		
1.1	f ist achsensymmetrisch, da f gerade ist.		1
1.2	$\lim\limits_{x\to\mp\infty} f(x)=\infty$.		2
1.3	$f(x_N)\overset{!}{=}0 \Leftrightarrow {x_N}^4-8{x_N}^2+8=0$; ${x_{N_{1/2}}}^2=4-\sqrt{8}$, $x_{N_{3/4}}=4+\sqrt{8}$; $N_{1/2}(\pm 1{,}08\|0)$, $N_{3/4}(\pm 2{,}61\|0)$, $S_y(0\|2)$		5 1
1.4	$f'(x)=x^3-4x=x(x-2)(x+2)$, $f''(x)=3x^2-4$, $f'''(x)=6x$. $f'(x_E)\overset{!}{=}0 \Leftrightarrow x_E=-2\|0\|2$; $f''(\mp 2)=8$; $f''(0)=-4$, $H(0\|2)$, $T_{1/2}(\mp 2\|-2)$ $f''(x_W)\overset{!}{=}0$ $x_{W_{1/2}}=\mp\frac{2}{\sqrt{3}}$; $f'''\left(\mp\frac{2}{\sqrt{3}}\right)=\mp 4\sqrt{3}$; $W_{1/2}(\mp 1{,}15\|-0{,}22)$.		3 8 5
1.5	 Skizze von t: 1 BE Skizze von h': 2 BE		4 1 2
1.6	$m=f'(1)=-3$; $t(1)=-3\cdot 1+n\overset{!}{=}\frac{1}{4}$, also $t(x)=-3x+\frac{13}{4}$.		3
1.7	$h'(x)=x^2-4x=x(x-4)$, $h''(x)=2x-4$. Waagerechte Tangenten an den Stellen 0 und 4, da die erste Ableitung h' hier notwendigerweise null sein muss. Wendestelle bei 2, da die Extremstelle der 1. Ableitung Wendestelle von h ist.		1 2 2
	Summe Aufgabe 1		40
2.1	$f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$, $f'(x)=3ax^2+2bx+c$, $f''(x)=6ax+2b$. I $f(1)=0$, denn $P(1\|0)\in f$. II $f'(1)=0$, denn an der Stelle 1 ist die Tangente waagerecht. III $f(0{,}5)=0{,}5$, denn $W(0{,}5\|0{,}5)\in f$. IV $f''(0{,}5)=0$, denn $0{,}5$ ist Wendestelle. Wir erhalten das LGS $\begin{array}{llllllllll} \mathrm{I} & a & + & b & + & c & + & d & = & 0 \\ \mathrm{II} & 3a & + & 2b & + & c & & & = & 0 \\ \mathrm{III} & 0{,}125a & + & 0{,}25b & + & 0{,}5c & + & d & = & 0{,}5 \\ \mathrm{IV} & 3a & + & 2b & & & & & = & 0 \end{array}$.		2 4 4
2.2	(II – IV) liefert $c=0$. (I – III) liefert V $\frac{7}{8}a+\frac{3}{4}b=-\frac{1}{2}$, was zu V $\frac{7}{3}a+2b=-\frac{4}{3}$ äquivalent ist. (IV – V) liefert $\frac{2}{3}a=\frac{4}{3}$, also $a=2$, $b=-3$ und $d=1$. Wir erhalten $f(x)=2x^3-3x^2+1$. Das Ersatz-LGS liefert dieselbe Lösung.		5
	Summe Aufgabe 2		15

	Übertrag		55
3.1	Es gelten $A(x;y)=x\,y$ und daher $A^2(x;y)=x^2\,y^2$. Nebenbedingung: $x^2+y^2=4r^2$, mit $r=15$ folgen $x^2+y^2=900$ und $y^2=900-x^2$ und daher gilt $A^2(x)=-x^4+900x^2$		2 3 2
3.2	Es gelten $A^2{}'(x)=-4x^3+1800x$ und $A^2{}''(x)=-12x^2+1800$. Aus $A^2{}'(x_{\max})\overset{!}{=}0$ folgt $x_{\max}\left(x_{\max}{}^2-450\right)=0$ und daher $x_1=\sqrt{450}=15\sqrt{2}\approx 21{,}21$, $x_2=0$, $x_3=-x_1$. Wegen $A^2{}''(x_1)<0$ ist x_1 eine Maximalstelle. Es gelten $y_1=x_1$ (das größtmögliche Rechteck ist ein Quadrat) und $A_{\max}=450$		2 3 1 1 1
	Summe Aufgabe 3		15
4.	Sei $f(x)=x^3-4x^2+3x$.		
4.1	$f(x_N)\overset{!}{=}0 \Leftrightarrow x_N\left(x_N{}^2-4x_N+3\right)=0 \Leftrightarrow x_{N_1}=1; x_{N_2}=0; x_{N_3}=3$		4
4.2			6
4.3	$A_1=-\int_{-1}^{0}\left(x^3-4x^2+3x\right)dx=-\left[\frac{x^4}{4}-\frac{4}{3}x^3+\frac{3}{2}x^2\right]_{-1}^{0}=-\left((0)-\left(\frac{1}{4}+\frac{4}{3}+\frac{3}{2}\right)\right)=\frac{37}{12}$; $A_2=\left[\frac{x^4}{4}-\frac{4}{3}x^3+\frac{3}{2}x^2\right]_{0}^{1}=\left(\frac{1}{4}-\frac{4}{3}+\frac{3}{2}\right)-(0)=\frac{5}{12}$; $A_3=-\left[\frac{x^4}{4}-\frac{4}{3}x^3+\frac{3}{2}x^2\right]_{1}^{3}=$ $-\left(\left(\frac{81}{4}-36+\frac{27}{2}\right)-\left(\frac{5}{12}\right)\right)=\frac{27}{12}+\frac{5}{12}=\frac{32}{12}$; $A_{\text{gesamt}}=\frac{37+5+32}{12}=\frac{74}{12}=6\frac{1}{6}\approx 6{,}167$.		4 4 4 2
4.4	$\int_{-1}^{3}\left(x^3-4x^2+3x\right)dx=\left[\frac{x^4}{4}-\frac{4}{3}x^3+\frac{3}{2}x^2\right]_{-1}^{3}=\left(-\frac{27}{12}\right)-\left(\frac{37}{12}\right)=-\frac{16}{3}\approx -5{,}333$.		4
4.5	Da f teilweise unterhalb der x-Achse liegt, unterscheiden sich A_{gesamt} und $\int_{-1}^{3} f(x)\,dx$.		2
	Summe Aufgabe 4		30
	Gesamtsumme		100

	Name:		
1.	Sei $f(x)=x^3-2x^2-5x+6$.		
1.1	f ist weder punkt- noch achsensymmetrisch, da f weder gerade noch ungerade ist.		2
1.2	$\lim\limits_{x\to\mp\infty} f(x)=\mp\infty$.		2
1.3	$f(x_N)\overset{!}{=}0 \Leftrightarrow {x_N}^3-2{x_N}^2-5x_N+6=0$; $x_{N_1}=1$; $x^3-2x^2-5x+6=(x-1)(x^2-x-6)$; $x_{N_{2/3}}=\frac{1}{2}\mp\sqrt{\frac{1}{4}+6}=\frac{1}{2}\mp\frac{5}{2}$; also $x_{N_2}=-2; x_{N_3}=3$;, also $N_1(1\|0)$, $N_2(-2\|0)$, $N_3(3\|0)$; $S_y(0\|6)$		3,5 3,5
1.4	$f'(x)=3x^2-4x-5$, $f''(x)=6x-4=$, $f'''(x)=6$. $f'(x_E)\overset{!}{=}0 \Leftrightarrow {x_E}^2-\frac{4}{3}x_E-\frac{5}{3}=0 \Leftrightarrow x_{E_{1/2}}=\frac{2}{3}\mp\sqrt{\frac{4+15}{9}}$, $x_{E_1}=\frac{2-\sqrt{19}}{3}\approx -0{,}79$, $x_{E_2}=\frac{2+\sqrt{19}}{3}\approx 2{,}12$ $f''(x_{E_1})=-2\sqrt{19}$; $H(-0{,}79\|8{,}21)$; $f''(x_{E_2})=2\sqrt{19}$; $T(2{,}12\|-4{,}06)$, $f''(x_W)\overset{!}{=}0 \Leftrightarrow x_W=\frac{2}{3}$; $f'''\left(\frac{2}{3}\right)=6$; $W(0{,}67\|2{,}07)$.		3 7 4
1.5	 Zeichnung von n: 1,5 BE		5 1,5
1.6	$m=-\frac{1}{f'(-1)}=-\frac{1}{2}$; $n(-1)=-\frac{1}{2}\cdot(-1)+b=f(-1)\overset{!}{=}8$, also $n(x)=-\frac{1}{2}x+\frac{15}{2}$.		3,5
1.7	siehe 1.5		4
	Summe Aufgabe 1		40
2.1	$f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$, $f'(x)=4ax^3+3bx^2+2cx+d$, $f''(x)=12ax^2+6bx+2c$. I $f(2)=0$, denn $T(2\|0)\in f$. II $f'(2)=0$, denn $T(2\|0)$ ist ein Tiefpunkt. III $f''(1)=0$, denn $x_W=1$ ist eine Wendestelle. IV $f(0)=6$, denn $S_y(0\|6)\in f$ V $f'(0)=-2$, denn die Tangente t in $S_y(0\|6)$ hat die Steigung -2. Wegen IV und V gelten $d=-2$ und $e=6$. Damit erhalten wir das LGS I $16a+8b+4c=-2$ II $32a+12b+4c=2$. III $12a+6b+2c=0$		2 4 4
2.2	(II – 2*III) liefert $8a=2$, also $a=\frac{1}{4}$. (II – I) liefert mit $a=\frac{1}{4}$ $4b=4-4$, also $b=0$ und $c=-\frac{3}{2}$. Wir erhalten daher $f(x)=\frac{1}{4}x^4-\frac{3}{2}x^2-2x+6$.		5
	Summe Aufgabe 2		15

	Übertrag		55
3.1	Flächeninhalt des Dreiecks: $A=\frac{1}{2}g\,h_g$, Länge der Grundseite: $g=x-(-3)=x+3$, Dreieckshöhe $h_g=f\left(\frac{x-3}{2}\right)=-\frac{x^2}{4}+\frac{3}{2}x+\frac{27}{4}$. Es folgt $A(x)=-\frac{x^3}{8}+\frac{3}{8}x^2+\frac{45}{8}x+\frac{81}{8}$.		1 2 2 2
3.2	Es gelten $A'(x)=-\frac{3}{8}x^2+\frac{3}{4}x+\frac{45}{8}$ und $A''(x)=-\frac{3}{4}x+\frac{3}{4}$. Aus $A'(x_{\max})\overset{!}{=}0$ folgen $x_1=-3$ und $x_2=5$. Wegen $A''(5)<0$ ist 5 die gesuchte Maximalstelle. (Es gelten dann $g_{\max}=8$ und $h_{\max}=8$) $A_{\max}=A(5)=32$ ist der maximale Flächeninhalt des Dreiecks.		2 3 2 1
	Summe Aufgabe 3		15
4.	Gegeben seien $f(x)=x^3-6x^2+9x$ und $g(x)=-\frac{1}{2}x^2+2x$.		
4.1	$f(x_N)\overset{!}{=}0\Leftrightarrow x_N(x_N-3)^2\Leftrightarrow x_{N_1}=0;x_{N_{2/3}}=3$; $g(x_N)\overset{!}{=}0\Leftrightarrow -\frac{1}{2}x_N(x_N-4)=0\Leftrightarrow x_{N_1}=0;x_{N_2}=2$.		3 2
4.2	$f(x_S)\overset{!}{=}g(x_S)\Leftrightarrow x_S\left(x_S{}^2-\frac{11}{2}x_S+7\right)=0\Leftrightarrow x_{S_1}=0;x_{S_2}=2;x_{S_3}=\frac{7}{2}$; $S_1(0\mid 0);S_2(2\mid 2);S_3(3{,}5\mid 0{,}875)$		6
4.3			4
4.4	$A_1=\int_0^2(f(x)-g(x))\mathrm{d}x=\int_0^2\left(x^3-\frac{11}{2}x^2+7x\right)\mathrm{d}x=\left[\frac{x^4}{4}-\frac{11}{6}x^3+\frac{7}{2}x^2\right]_0^2=\left(4-\frac{44}{3}+14\right)-(0)=\frac{10}{3}$; $A_2=\int_2^{\frac{7}{2}}(g(x)-f(x))\mathrm{d}x=\left[-\frac{x^4}{4}+\frac{11}{6}x^3-\frac{7}{2}x^2\right]_2^{\frac{7}{2}}=\left(-\frac{2401}{64}+\frac{3773}{48}-\frac{343}{8}\right)-\left(-\frac{10}{3}\right)=1\frac{35}{64}\approx$ $1{,}5469$; $A_{\text{gesamt}}=A_1+A_2=4\frac{169}{192}\approx 4{,}8802$.		4 4 2
4.5	Zu lösen ist die Gleichung $\int_0^k\left(-\frac{1}{2}x^2+2x\right)\mathrm{d}x=0$, also $\left[-\frac{x^3}{6}+x^2\right]_0^k=-\frac{k^3}{6}+k^2=$ $-\frac{k^2}{6}(k-6)\overset{!}{=}0\Leftrightarrow k_{1/2}=0;k_3=6$. Also gilt $k=6$.		2 3
	Summe Aufgabe 4		30
	Gesamtsumme		100