

Name: Bewertungseinheiten: Note:

Klasse:

Bearbeitungszeit: drei Unterrichtsstunden (135 Minuten)

Zugelassene Hilfsmittel: Taschenrechner ohne Graphikdisplay, zur Verfügung gestellte Formelsammlung; Bleistifte dürfen nur für Skizzen benutzt werden.

Allgemeine Arbeitshinweise: Die Reinschriften und Entwürfe sind nur auf den ausgegebenen Blättern anzufertigen, die Sie für diese Klassenarbeit erhalten. Sie sind zu nummerieren und mit Ihrem Namen zu versehen.
Für jede Aufgabe beginnen Sie bitte ein neues Blatt.

Spezielle Arbeitshinweise: Der Aufgabensatz besteht aus vier Aufgaben, die Sie alle bearbeiten müssen. Die Lösungswege müssen klar gegliedert, schrittweise und eindeutig nachvollziehbar sowie angemessen kommentiert sein. Nebenrechnungen sind durch Einrücken kenntlich zu machen. Nur einwandfrei Lesbares wird bewertet. Die erste nicht durchgestrichene Lösung zählt. Schwerwiegende oder gehäufte Verstöße gegen die sprachliche Richtigkeit oder gegen die äußere Form führen zu einem Abzug von bis zu einem Punkt (**Malus-Regelung**).
Wir empfehlen Ihnen, erst einmal einen Entwurf anzufertigen.

1 Kurvendiskussion /40

Gegeben ist die Funktion $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 2$.

- 1.1 Begründen Sie, dass der Graph von f achsensymmetrisch zur y -Achse ist. /1
- 1.2 Untersuchen Sie das Verhalten der Funktionswerte von f im Unendlichen. /2
- 1.3 Bestimmen Sie die Achsen Schnittpunkte von f . /6
- 1.4 Untersuchen Sie die Funktion f auf Extrem- und Wendepunkte. /16
- 1.5 Skizzieren Sie den Graphen von f im Intervall $[-3; 3]$. /4
- 1.6 Bestimmen Sie die Gleichung der Tangente an den Graphen von f im Punkt $P(1 | f(1))$ und zeichnen Sie die Tangente ebenfalls ins Koordinatensystem. /4
- 1.7 Außerdem sei die Ableitungsfunktion $h'(x) = x^2 - 4x$ gegeben.
Skizzieren Sie den Graphen von h' . /7
An welchen Stellen besitzt die Funktion h waagerechte Tangenten?
An welcher Stelle besitzt die Funktion einen Wendepunkt? Begründen Sie.

2 Rekonstruktion

/15

Eine ganzrationale Funktion dritten Grades habe in $P(1|0)$ eine waagerechte Tangente und in $W(0,5|0,5)$ einen Wendepunkt.

2.1 Leiten Sie aus den angegebenen Daten ein lineares Gleichungssystem zur Bestimmung der Koeffizienten der Funktionsgleichung her.
Begründen Sie die von Ihnen aufgestellten Bedingungen für die Koeffizienten der Funktionsgleichung.

/10

2.2 Berechnen Sie aus dem hergeleiteten Gleichungssystem die Koeffizienten der Funktionsgleichung und geben Sie die Funktionsgleichung an.
Falls Sie 2.1 nicht erfolgreich bearbeitet haben sollten, lösen Sie das folgende Gleichungssystem:

$$\text{I} \quad -2a \quad - \quad 2b \quad - \quad 2c \quad - \quad 2d \quad = \quad 0$$

$$\text{II} \quad 3a \quad + \quad 2b \quad + \quad c \quad = \quad 0$$

$$\text{III} \quad 0,25a \quad + \quad 0,5b \quad + \quad c \quad + \quad 2d \quad = \quad 1$$

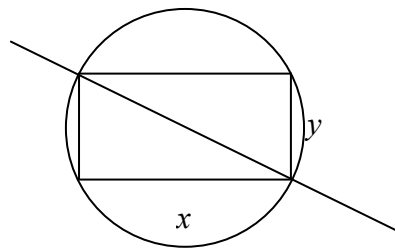
$$\text{IV} \quad 1,5a \quad + \quad b \quad + \quad c \quad = \quad 0$$

/5

3 Extremwertaufgabe

/15

Einem Kreis mit einem Radius von 15 cm soll ein Rechteck mit maximalem Flächeninhalt einbeschrieben werden.



3.1 Weisen Sie nach, dass die Funktionsgleichung, die das Quadrat des Flächeninhaltes in Abhängigkeit von x beschreibt, $A^2(x) = -x^4 + 900x^2$ lautet.

/7

3.2 Für welches x nimmt das Rechteck den maximalen Flächeninhalt ein?

Wie groß ist der maximale Flächeninhalt?

/8

4 Integralrechnung

/30

Gegeben seien die Funktion f mit $f(x) = x^3 - 4x^2 + 3x$ und das Intervall $[-1;3]$.

4.1 Berechnen Sie die Nullstellen von f .

/4

4.2 Skizzieren Sie den Graphen von f in dem Intervall $[-1;3]$ und schraffieren Sie die zwischen dem Graphen von f und der x -Achse liegenden Flächenstücke.

/6

4.3 Berechnen Sie den Inhalt der Fläche.

/14

4.4 Berechnen Sie $\int_{-1}^3 (x^3 - 4x^2 + 3x) dx$.

/4

4.5 Interpretieren Sie Ihr Ergebnis von 4.4 mit Hilfe der graphischen Darstellung.

/2

Name: Bewertungseinheiten: Punkte:

Klasse:

Bearbeitungszeit: drei Unterrichtsstunden (135 Minuten)

Zugelassene Hilfsmittel: Taschenrechner ohne Graphikdisplay, zur Verfügung gestellte Formelsammlung; Bleistifte dürfen nur für Skizzen benutzt werden.

Allgemeine Arbeitshinweise: Die Reinschriften und Entwürfe sind nur auf den ausgegebenen Blättern anzufertigen, die Sie für diese Klassenarbeit erhalten. Sie sind zu nummerieren und mit Ihrem Namen zu versehen.
Für jede Aufgabe beginnen Sie bitte ein neues Blatt.

Spezielle Arbeitshinweise: Der Aufgabensatz besteht aus vier Aufgaben, die Sie alle bearbeiten müssen. Die Lösungswege müssen klar gegliedert, schrittweise und eindeutig nachvollziehbar sowie angemessen kommentiert sein. Nebenrechnungen sind durch Einrücken kenntlich zu machen. Nur einwandfrei Lesbares wird bewertet. Die erste nicht durchgestrichene Lösung zählt. Schwerwiegende oder gehäufte Verstöße gegen die sprachliche Richtigkeit oder gegen die äußere Form führen zu einem Abzug von bis zu einem Punkt (**Malus-Regelung**).
Wir empfehlen Ihnen, erst einmal einen Entwurf anzufertigen.

1 Kurvendiskussion /40

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$.

- 1.1 Untersuchen Sie das Symmetrieverhalten des Graphen von f und begründen Sie Ihre Aussage. /2
- 1.2 Untersuchen Sie das Verhalten der Funktionswerte von f im Unendlichen. /2
- 1.3 Untersuchen Sie die Funktion auf Schnittpunkte des Graphen von f mit den Koordinatenachsen. /7
- 1.4 Untersuchen Sie die Funktion auf Extrem- und Wendepunkte. /15
- 1.5 Skizzieren Sie den Graphen von f im Intervall $[-2,5; 3,5]$. /5
- 1.6 An der Stelle $x = -1$ hat der Graph von f die Normale n .
Bestimmen Sie die zugehörige Funktionsgleichung dieser Normale und zeichnen Sie den Graphen von n ins vorhandene Koordinatensystem von 1.5. /5
- 1.7 Kennzeichnen Sie die charakteristischen Punkte bzw. Stellen am vorgegebenen Graphen. Skizzieren Sie die Graphen von f' und f'' . /4

2 Rekonstruktion

/15

Der Graph einer ganzrationalen Funktion vierten Grades habe den Tiefpunkt $T(2|0)$ und die Wendestelle $x_w = 1$. Im Schnittpunkt des Graphen mit der y -Achse habe die zugehörige Tangente die Gleichung $t(x) = -2x + 6$.

2.1 Leiten Sie aus den angegebenen Daten ein lineares Gleichungssystem zur Bestimmung der Koeffizienten der Funktionsgleichung her.

/10

Begründen Sie die von Ihnen aufgestellten Bedingungen für die Koeffizienten der Funktionsgleichung.

2.2 Berechnen Sie aus dem hergeleiteten Gleichungssystem die Koeffizienten der Funktionsgleichung und geben Sie die Funktionsgleichung an.

Falls Sie 2.1 nicht erfolgreich bearbeitet haben sollten, lösen Sie das folgende Gleichungssystem:

$$\text{I} \quad -64a - 24b - 8c - 2d = 0$$

/5

$$\text{II} \quad 6a + 3b + c = 0$$

$$\text{III} \quad 8a + 4b + 2c + d = 0$$

$$\text{IV} \quad d = -2$$

$$\text{V} \quad e = 6$$

3 Extremwertaufgabe

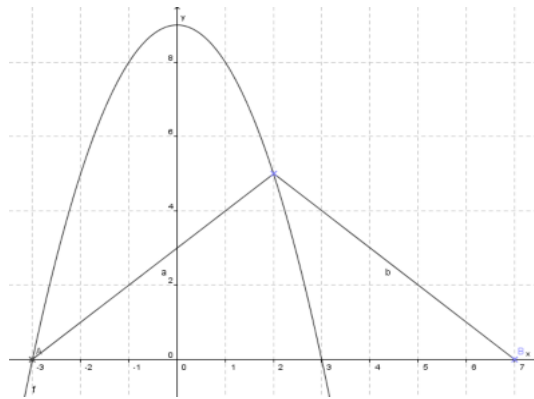
/15

Gegeben seien die Funktion f mit

$f(x) = -x^2 + 9$ und ein gleichschenkliges Dreieck, dessen Spitze auf dem Graphen von f

liegt und das die weiteren Eckpunkte $A(-3|0)$

und $B(x|0)$ besitzt.



3.1 Weisen Sie nach, dass die Funktionsgleichung der Funktion A , welche den Flächeninhalt

des Dreiecks in Abhängigkeit von x beschreibt, $A(x) = -\frac{1}{8}x^3 + \frac{3}{8}x^2 + \frac{45}{8}x + \frac{81}{8}$ lautet.

/8

3.2 Für welches x nimmt das Dreieck einen maximalen Flächeninhalt an?

/7

Wie groß ist dieser maximale Flächeninhalt?

4 Integralrechnung

/30

Gegeben seien die Funktionen f und g mit $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ und $g(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2x$.

4.1 Bestimmen Sie die Nullstellen von f und g .

/5

4.2 Bestimmen Sie die Schnittpunkte von f und g .

/6

4.3 Skizzieren Sie die Graphen von f und g und schraffieren Sie die von den beiden Graphen eingeschlossenen Flächenstücke.

/4

4.4 Bestimmen Sie den Inhalt der Fläche, der von den beiden Graphen eingeschlossen wird.

/10

4.5 Bestimmen Sie k so, dass $k > 0$ und $\int_0^k \left(-\frac{1}{2}x^2 + 2x\right) dx = 0$

/5