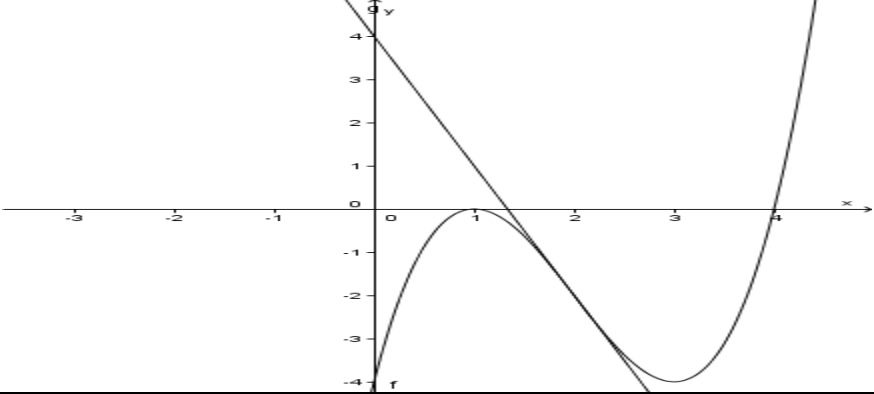
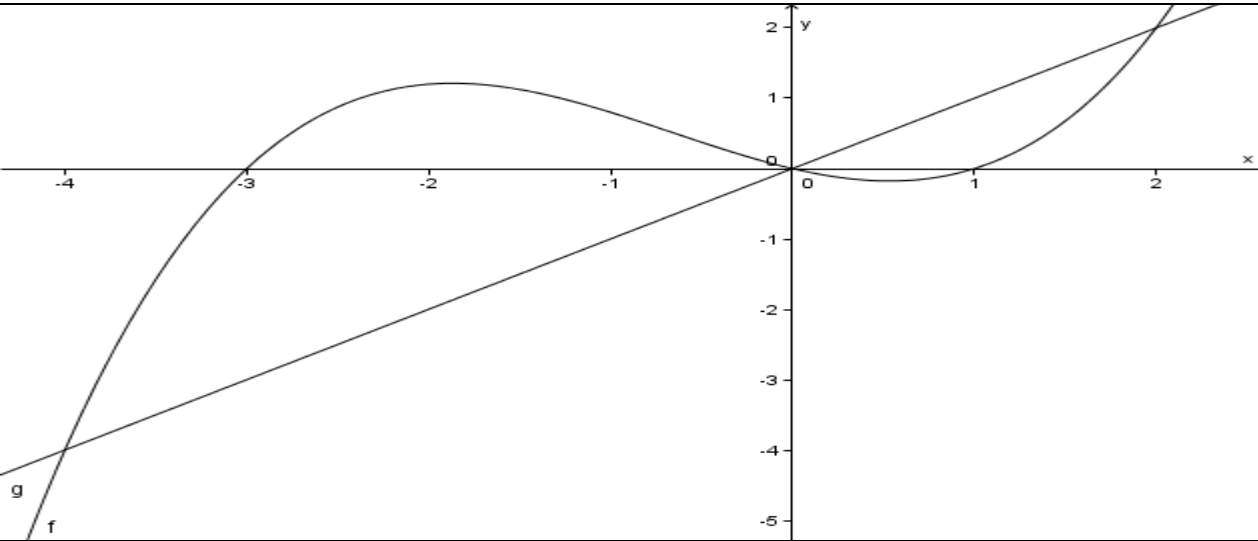
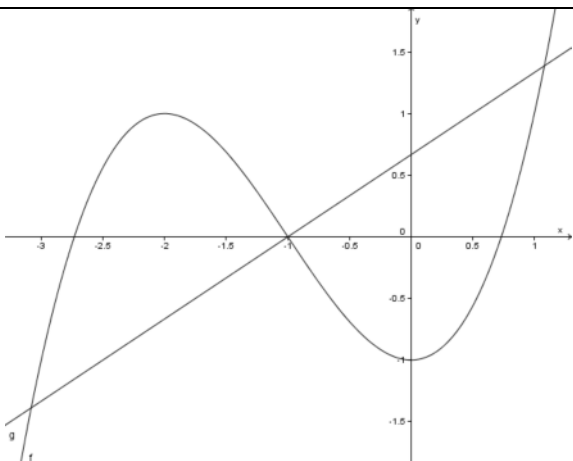
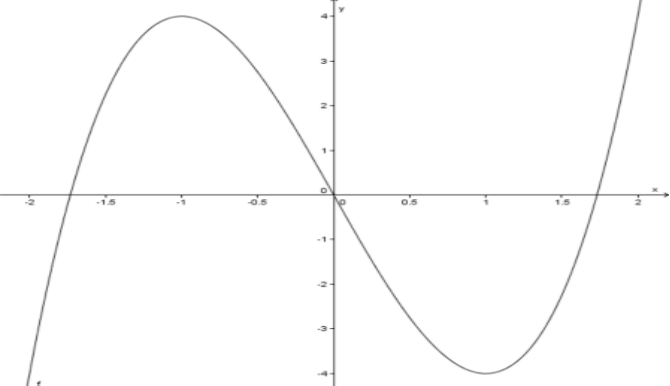


	Name:		
1.	Sei $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 4$.		
1.1	f ist weder punkt- noch achsensymmetrisch, da f weder gerade noch ungerade ist.		2
1.2	$\lim_{x \rightarrow \mp\infty} f(x) = \mp\infty$.		2
1.3	$f(x_N) \stackrel{!}{=} 0 \Leftrightarrow x_N^3 - 6x_N^2 + 9x_N - 4 = 0$; $x_{N_1} = 1$; $x^3 - 6x^2 + 9x - 4 = (x-1)(x^2 - 5x + 4)$; $x_{N_{1/3}} = \frac{5}{2} \mp \frac{3}{2}$; $x_{N_2} = 1$; $x_{N_3} = 4$; $S_y(0 4)$		4,5 3,5
1.4	$f'(x) = 3x^2 - 12x + 9 = 3(x-1)(x-3)$, $f''(x) = 6x - 12 = 6(x-2)$, $f'''(x) = 6$. $f'(x_E) \stackrel{!}{=} 0$; $f''(1) = -6$; $H(1 0)$, $f''(3) = 6$; $T(3 -4)$; $f''(x_W) \stackrel{!}{=} 0$; $f'''(2) = 6$; $W(2 -2)$.		3 7 4
1.5			6 1,5
1.6	$m = f'(2) = -3$; $t(2) = -3 \cdot 2 + n \stackrel{!}{=} -2$, also $t(x) = -3x + 4$.		2,5
1.7	Wir erhalten ein rechtwinkliges Dreieck mit den Kathetenlängen $\frac{4}{3}$ und 4. Daher hat das Dreieck den Flächeninhalt $\frac{8}{3}$.		4
Summe Aufgabe 1			40
2.1	$f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$, $f'(x) = 4ax^3 + 3bx^2 + 2cx + d$. Da f gerade ist, folgen $b = d = 0$. I $f(-2) = 4$, denn $E(-2 4) \in f$. II $f'(-2) = 0$, denn -2 ist eine Extremalstelle. III $f(1) = \frac{19}{16}$, denn $P\left(1 \frac{19}{16}\right) \in f$. I $16a + 4c + e = 4$ Wir erhalten das LGS II $-32a - 4c = 0$. III $a + c + e = \frac{19}{16}$		2 5 3
2.2	Es führt auf (I - III) IV $15a + 3c = \frac{45}{16} \Leftrightarrow 5a + c = \frac{15}{16}$. Wir addieren $\frac{1}{4}$ II und erhalten $-3a = \frac{15}{16}$, also $a = -\frac{5}{16}$. Eingesetzt in II erhalten wir $c = \frac{5}{2}$. Eingesetzt in III erhalten wir $e = -1$, also $f(x) = -\frac{5}{16}x^4 + \frac{5}{2}x^2 - 1$.		4 1
Summe Aufgabe 2			15

	Übertrag		55
3.1	Es gelten $h^2 + r^2 = 9$ und $V(h; r) = \frac{1}{3} \pi \cdot r^2 \cdot h$ und daher $V(h) = \frac{1}{3} \pi (9 - h^2) \cdot h$. Definitionsbereich von V ist $D_V = [0; 3]$.		4 1
3.2	Es gelten $V(h) = \frac{1}{3} \pi (9h - h^3)$ und daher $V'(h) = \frac{1}{3} \pi (9 - 3h^2)$ und $V''(h) = -2\pi h$. Es folgt $h_E = \sqrt{3}$. Dies ist wegen $V''(\sqrt{3}) < 0$ eine Maximalstelle. Daher gelten $h_{\max} = \sqrt{3}$, $r_{\max} = \sqrt{6} = \sqrt{2} \cdot h_{\max}$ und $V(h_{\max}) = \frac{1}{3} \pi \cdot 6 \cdot \sqrt{3} = 2\pi\sqrt{3} \approx 10,88$. Da V am Rand des Definitionsbereichs den Wert null annimmt, haben wir das globale Maximum gefunden.		3 2 3 2
	Summe Aufgabe 3		15
4.	$f(x) = \frac{1}{5} x(x+3)(x-1)$, $g(x) = x$.		
4.1			6
4.2	$f(x_S) = g(x_S) \Leftrightarrow \frac{1}{5} x_S (x_S + 3)(x_S - 1) = x_S \Leftrightarrow x_S^3 + 2x_S^2 - 8x_S = x_S (x_S + 4)(x_S - 2)$ und daher $x_{S_1} = -4$, $x_{S_2} = 0$ und $x_{S_3} = 2$.		6
4.3	$A_1 = \int_{-4}^0 (f(x) - g(x)) dx = \frac{1}{5} \int_{-4}^0 (x^3 + 2x^2 - 8x) dx = \frac{1}{5} \left[\frac{x^4}{4} + \frac{2}{3} x^3 - 4x^2 \right]_{-4}^0 = (0) - \frac{1}{5} \left(64 - \frac{128}{3} - 64 \right) = \frac{128}{15}$. $A_2 = \int_0^2 (g(x) - f(x)) dx = \frac{1}{5} \left[-\frac{x^4}{4} - \frac{2}{3} x^3 + 4x^2 \right]_0^2 = \frac{1}{5} \left(-4 - \frac{16}{3} + 16 \right) = \frac{4}{3}$, also $A_{\text{ges}} = \frac{148}{15}$.		10
4.4	Da $\left \int_{-3}^0 f(x) dx \right > \left \int_0^1 f(x) dx \right $, gilt $\int_{-3}^1 f(x) dx > 0$. Das Integral $\int_{-3}^1 f(x) dx$ ist nicht die Summe der Flächeninhalte, da f zwischen 0 und 1 unterhalb der x -Achse verläuft. Es gelten $\int_{-3}^1 f(x) dx = \frac{1}{5} \left[\frac{x^4}{4} + \frac{2}{3} x^3 - \frac{3}{2} x^2 \right]_{-3}^1 = \frac{1}{5} \left(\left(\frac{1}{4} + \frac{2}{3} - \frac{3}{2} \right) - \left(\frac{81}{4} - 18 - \frac{27}{2} \right) \right) = -\frac{7}{60} + \frac{135}{60} = \frac{32}{15}$, $\int_{-3}^0 f(x) dx = \frac{9}{4}$ und $\int_0^1 f(x) dx = -\frac{7}{60}$.		4 2 2
	Summe Aufgabe 4		30
	Gesamtsumme		100

	Name:		
1.	Sei $f(x) = \frac{1}{2}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 1$.		
1.1	f ist weder punkt- noch achsensymmetrisch, da f weder gerade noch ungerade ist.		2
1.2	$\lim_{x \rightarrow \mp\infty} f(x) = \mp\infty$.		2
1.3	$f(x_N) \stackrel{!}{=} 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 1 = 0$; $x_{N_1} = -1$; $\frac{1}{2}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 1 = (x+1)\left(\frac{1}{2}x^2 + x - 1\right)$; $x_{N_{3/3}} = -1 \mp \sqrt{1+2} = -1 \mp \sqrt{3}$; also $x_{N_2} = -1 - \sqrt{3}$; $x_{N_3} = -1 + \sqrt{3}$; $S_y(0 -1)$		4,5 3,5
1.4	$f'(x) = \frac{3}{2}x^2 + 3x = \frac{3}{2}x(x+2)$, $f''(x) = 3x+3 = 3(x+1)$, $f'''(x) = 3$. $f'(x_E) \stackrel{!}{=} 0$; $f''(-2) = -3$; $H(-2 1)$; $f''(0) = 3$; $T(0 -1)$, $f''(x_W) \stackrel{!}{=} 0$; $f'''(-1) = 3$; $W(-1 0)$.		3 7 4
1.5			6 1,5
1.6	$m = -\frac{1}{f'(-1)} = \frac{2}{3}$; $n(-1) = \frac{2}{3} \cdot (-1) + b = f(-1) = 0$, also $n(x) = \frac{2}{3}x + \frac{2}{3}$.		2,5
1.7	Da sich f und n an den Stellen -3 , -1 und 1 schneiden, hat die von f und n eingeschlossene Fläche den Inhalt $A = 2 \cdot \int_{-1}^1 (n(x) - f(x)) dx$.		4
	Summe Aufgabe 1		40
2.1	$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$, $f''(x) = 6ax + 2b$. I $f(0) = 0$, denn $O(0 0) \in f$. II $f'(2) = 0$, denn an der Stelle 2 ist die Tangentewaagerecht. III $f''(4) = 0$, denn 4 ist eine Wendestelle. IV $f'(4) = -1$, denn die Wendetangente hat die Steigung $m = -1$. Wegen I gilt $d = 0$. II $12a + 4b + c = 0$ Wir erhalten das LGS III $24a + 2b = 0$. IV $48a + 8b + c = -1$		3 4 3
2.2	Es führt auf (IV - II) V $36a + 4b = -1$. Wir subtrahieren $2 \cdot$ III und erhalten $-12a = -1$, also $a = \frac{1}{12}$. Eingesetzt in III erhalten wir $b = -1$. Eingesetzt in II erhalten wir $c = 3$, also $f(x) = \frac{1}{12}x^3 - x^2 + 3x$.		4 1
	Summe Aufgabe 2		15

	Übertrag		55
3.			
3.1	<p>Der Abstand $d(P;Q)$ berechnet sich mit dem Satz des Pythagoras:</p> $d(P;Q) = \sqrt{(x - (-2))^2 + \left(p(x) - \frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{(x - (-2))^2 + \left(x^2 - \frac{1}{2}\right)^2} =$ $\sqrt{x^2 + 4x + 4 + x^4 - x^2 + \frac{1}{4}} = \sqrt{x^4 + 4x + \frac{17}{4}}.$ <p>Daher ist $f(x)$ das Quadrat des Abstandes der Punkte $P(x p(x))$ und $Q\left(-2 \frac{1}{2}\right)$.</p>	3	5
3.2	<p>Es gelten $f'(x) = 4x^3 + 4$ und $f''(x) = 12x^2$. $f'(x_{\min}) = 0$ führt auf $x_{\min} = -1$. Wegen $f''(-1) = 12 > 0$ ist $x_{\min} = -1$ tatsächlich Minimalstelle und wegen $p(-1) = 1$ ist $P(-1 1)$ unser gesuchter Punkt. Der gesuchte minimale Abstand ist</p> $d_{\min} = \sqrt{(-1 - (-2))^2 + \left(1 - \frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{5}}{2} \approx 1,118$	4	2
	Summe Aufgabe 3		15
4.	Gegeben sei die Funktionenschar f_k mit $f_k(x) = k \cdot x^3 - 3k \cdot x; k > 0$.		
4.1	<p>$f_2(x) = 2x^3 - 6x = 2x(x^2 - 3)$ hat die Nullstellen $-\sqrt{3}; 0; \sqrt{3}$.</p> 	6	5
4.2	Da f_2 ungerade ist, gilt $\int_{-5}^5 f_2(x) dx = 0$.		6
4.3	<p>f_k hat dieselben Nullstellen wie f_2. Die von f_k und der x-Achse eingeschlossene Fläche (bestehend aus zwei Teilflächen) hat wegen der Punktsymmetrie von f_k den Inhalt</p> $A = 2 \cdot \int_{-\sqrt{3}}^0 (kx^3 - 3kx) dx = 2 \cdot \left[\frac{kx^4}{4} - \frac{3kx^2}{2} \right]_{-\sqrt{3}}^0 = 2 \cdot \left(\frac{9k}{2} - \frac{9k}{4} \right) = \frac{9k}{2}.$ <p>Da $A = \frac{3}{2}$, folgt $k = \frac{1}{3}$.</p>	5	5
	Summe Aufgabe 4		30
	Gesamtsumme		100