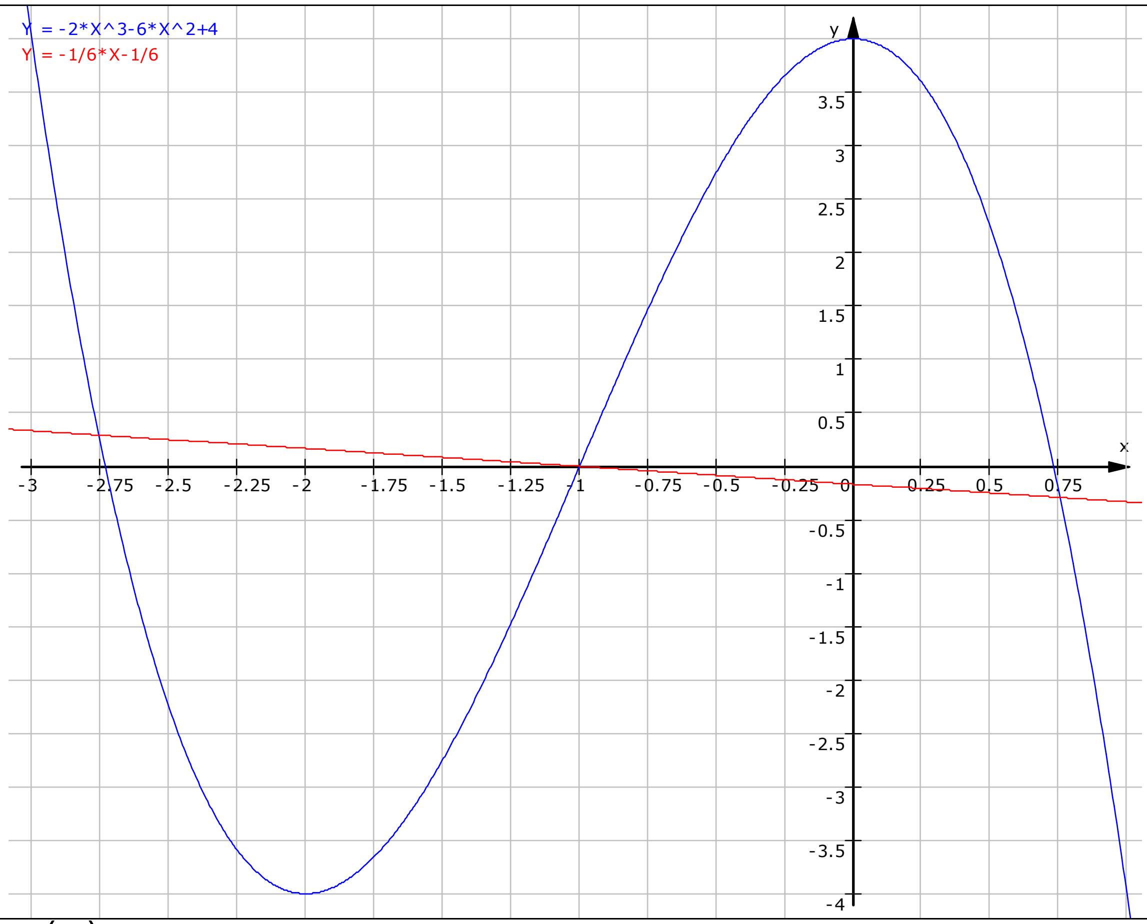
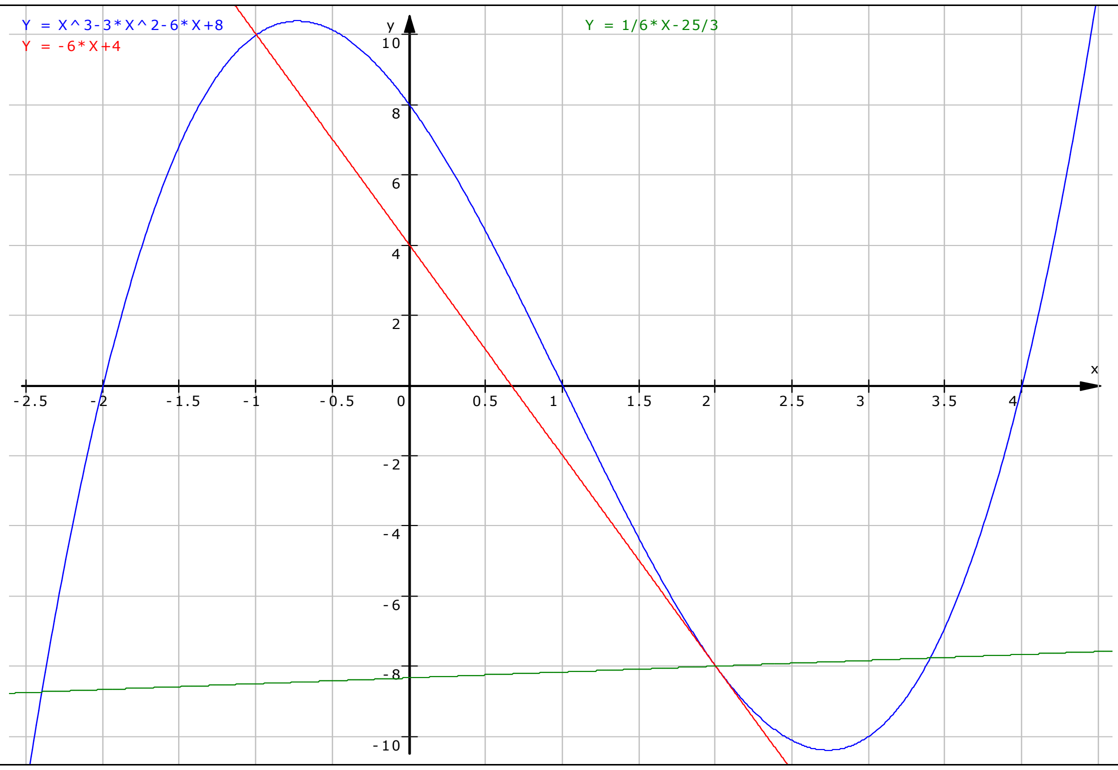
	Name:		
1.	Sei $f(x) = -2x^3 - 6x^2 + 4$.		
1.1	f ist weder punkt- noch achsensymmetrisch, da f weder gerade noch ungerade ist.		2
1.2	$\lim\limits_{x\to\mp\infty} f(x) = \pm\infty$.		2
1.3	$f'(x) = -6x^2 - 12x = -6x(x+2)$, $f''(x) = -12x - 12 = -12(x+1)$, $f'''(x) = -12$. $T(-2\,\vert\,-4)$, $H(0\,\vert\,4)$, $W(-1\,\vert\,0)$. Wegen $f(x) = -2(x+1)(x^2+2x-2)$ sind $-1-\sqrt{3}$ und $-1+\sqrt{3}$ weitere Nullstellen. $S_y(0\,\vert\,4)$.		8 + 14
1.4			6
1.5	$f'(-1) = 6$		1
1.6	Wegen $f(-1) = 0$ und $f'(-1) = 6$ gelten $\frac{n(x)-0}{x+1} = -\frac{1}{6}$, also $n(x) = -\frac{1}{6}x - \frac{1}{6}$.		3
1.7	Wir erhalten ein rechtwinkliges Dreieck mit den Kathetenlängen 2 und $n(-3) = \frac{1}{3}$. Daher hat das Dreieck den Flächeninhalt $\frac{1}{3}$ und den Umfang $u = \sqrt{4+\frac{1}{9}} + 2 + \frac{1}{3} \approx 4{,}361$.		3 3
	Summe		42

2.	$f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$, $f'(x)=4ax^3+3bx^2+2cx+d$, $f''(x)=12ax^2+6bx+2c$. Da $W(1\mid -2)$ Wendepunkt, folgen $f''(1)=0$ und $f(1)=-2$. Da $H(0\mid 4)$ Hochpunkt, folgen $f'(0)=0$ und $f(0)=4$. Da $x_N=-1$ Nullstelle, folgt $f(-1)=0$. Wegen $e=4$ und $d=0$ erhalten wir das LGS $\begin{array}{lrcrcrcr} \text{I} & 12a & + & 6b & + & 2c & = & 0 \\ \text{II} & a & + & b & + & c & = & -6 \\ \text{III} & a & - & b & + & c & = & -4 \end{array}$. Es führt auf (II – III) $b=-1$ $a=1{,}6$ und $c=-6{,}6$; also $f(x)=1{,}6x^4-x^3-6{,}6x^2+4$.		2 5 4 4
	Summe		15
3.	Sei $f(x)=9-\frac{1}{2}x^2$. Der Graph liegt für $0\le x\le 3\sqrt{2}$ im ersten Quadranten.		
3.1	$\min d=x^2+y^2$. Wegen (NB) $y=9-\frac{1}{2}x^2$ gilt $d(x)=\left(9-\frac{1}{2}x^2\right)^2+x^2=\frac{1}{4}x^4-8x^2+81$, $0\le x\le 3\sqrt{2}$.		2 3
3.2	Es gelten $d'(x)=x^3-16x=x(x^2-16)$ und $d''(x)=3x^2-16$. $d'(x_E)=0$ führt auf $x_E=-4\mid 0\mid 4$. Wegen $d''(0)=-16$, $d''(4)=32$ und $f(4)=1$ ist $P_{\min}(4\mid 1)$ der gesuchte Parabelpunkt. Für ihn gilt $d(4)=17$, während $d(0)=81$ und $d(3\sqrt{2})=18$. In $P_{\min}(4\mid 1)$ ist daher der Abstand vom Ursprung tatsächlich minimal, wenn auch der Unterschied zum Punkt $N(3\sqrt{2}\mid 0)$ nicht groß ist.		3 3 3
3.3	Wie wir am Ende von 3.2 gezeigt haben, ist der Abstand im Parabelpunkt $P_{\max}(0\mid 9)$ maximal.		2
	Summe		16
4.	$f(x)=x^3-3x$, $g(x)=x$.		
4.1	Nullstellen von *f*: $-\sqrt{3}\mid 0\mid \sqrt{3}$.		2
4.2	$\int (x^3-3x)\mathrm{d}x=\frac{x^4}{4}-\frac{3}{2}x^2+c$.		2
4.3	$A_1=2\int_{-\sqrt{3}}^{0}(x^3-3x)\mathrm{d}x=2\left[\frac{x^4}{4}-\frac{3}{2}x^2\right]_{-\sqrt{3}}^{0}=2\left(0-\left(\frac{9}{4}-\frac{9}{2}\right)\right)=\frac{9}{2}$.		3
4.4	$f(x_S)=g(x_S)\Rightarrow {x_S}^3-4x_S=0\Rightarrow x_S=-2\mid 0\mid 2$.		3
4.5	$A_2=2\cdot\int_0^2 (g(x)-f(x))\mathrm{d}x=2\cdot\left[2x^2-\frac{x^4}{4}\right]_0^2=2\cdot(8-4)=8$.		5
	Summe		15
	Gesamtsumme		88

	Name:		
1.	Sei $f(x)=x^3-3x^2-6x+8$.		
1.1	f ist weder punkt- noch achsensymmetrisch, da f weder gerade noch ungerade ist.		2
1.2	$\lim\limits_{x\to\mp\infty} f(x)=\mp\infty$.		2
1.3	$f'(x)=3x^2-6x-6=3(x^2-2x-2)$, $f''(x)=6x-6=6(x-1)$, $f'''(x)=6$. $H(1-\sqrt{3}\mid 6\sqrt{3})$, $T(1+\sqrt{3}\mid -6\sqrt{3})$, $W(1\mid 0)$. Wegen $f(x)=(x-1)(x^2-2x-8)$ sind -2 und 4 weitere Nullstellen. $S_y(0\mid 8)$.		14 + 8
1.4			6
1.5	$f'(x_1)=-9 \Rightarrow x_1{}^2-2x_1+1=0 \Rightarrow x_1=1$.		1
1.6	Wegen $f(2)=-8$ und $f'(2)=-6$ gelten $\frac{t(x)+8}{x-2}=-6$, also $t(x)=-6x+4$, und $\frac{n(x)+8}{x-2}=\frac{1}{6}$, also $n(x)=\frac{1}{6}x-\frac{25}{3}$.		6
1.7	Wegen $t(0)=4$ und $n(0)=-\frac{25}{3}$ gilt $A=\frac{1}{2}\cdot\frac{37}{3}\cdot 2=\frac{37}{3}$.		3
	Summe		42

2.	$f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$, $f'(x)=4ax^3+3bx^2+2cx+d$, $f''(x)=12ax^2+6bx+2c$. Da $P(0\mid 1)$ ein Punkt mit waagerechter Tangente ist, folgen $f'(0)=0$ und $f(0)=1$. Da $W(1\mid 0)$ Wendepunkt mit Tangentensteigung $m=-2$, folgen $f''(1)=0$, $f'(1)=-2$ und $f(1)=0$. Wegen $e=1$ und $d=0$ erhalten wir das LGS $\begin{array}{llllllll} \text{I} & 12a & + & 6b & + & 2c & = & 0 \\ \text{II} & 4a & + & 3b & + & 2c & = & -2 \\ \text{III} & a & + & b & + & c & = & -1 \end{array}$. Es führt auf (I – II) $8a+3b=2$ und (II – 2III) $2a+b=0$, also auf $a=1$, $b=-2$ und $c=0$, also $f(x)=x^4-2x^3+1$.		2 5 4 4
	Summe		15
3.	$\min u=2r+\pi r+2h$. Aus (NB) $\frac{\pi}{2}r^2+2hr=10$ folgt $h=\frac{5}{r}-\frac{\pi}{4}r=r\left(\frac{5}{r^2}-\frac{\pi}{4}\right)$, also $u(r)=(2+\pi)r+\frac{10}{r}-\frac{\pi}{2}r=\left(2+\frac{\pi}{2}\right)r+\frac{10}{r}$, $0<r\le\sqrt{\frac{20}{\pi}}$. Wegen $u'(r)=2+\frac{\pi}{2}-\frac{10}{r^2}$ und $u''(r)=\frac{20}{r^3}>0$, gilt $r_{\min}=\sqrt{\frac{20}{4+\pi}}\approx 1{,}673$ und daher $h_{\min}=r_{\min}\left(\frac{5(4+\pi)}{20}-\frac{\pi}{4}\right)=r_{\min}$. Wegen $u(r_{\min})=(4+\pi)\sqrt{\frac{20}{4+\pi}}=2\sqrt{20+5\pi}\approx 11{,}95$, aber $u\left(\sqrt{\frac{20}{\pi}}\right)=(2+\pi)\sqrt{\frac{20}{\pi}}\approx 12{,}97$, haben wir ein globales Minimum gefunden.		6 5 4 1
	Summe		16
4.	Seien $f_a(x)=-x^3+ax;\ a>0$.		
4.1	Nullstellen von f_a: $-\sqrt{a}\mid 0\mid\sqrt{a}$.		2
4.2	Es gilt $f_4(x)=-x^3+4x$. Wir suchen $A(4)=2\cdot\int_0^2 f_4(x)\mathrm{d}x=2\cdot\left[-\frac{x^4}{4}+2x^2\right]_0^2=2\cdot(-4+8)=8$.		1 4
4.3	Es gilt $A(a)=2\cdot\int_0^{\sqrt{a}}\left(-x^3+ax\right)\mathrm{d}x=2\cdot\left[-\frac{x^4}{4}+\frac{a}{2}x^2\right]_0^{\sqrt{a}}=2\cdot\left(-\frac{a^2}{4}+\frac{a^2}{2}\right)=\frac{a^2}{2}$.		5
4.4	Wir suchen das a, für das $A(a)=9$. Die Gleichung $\frac{a^2}{2}=9$ hat die positive Lösung $a=3\sqrt{2}$.		3
	Summe		15
	Gesamtsumme		88